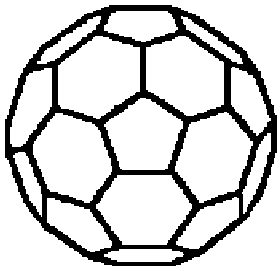
Rallye 1998

Épreuve préparatoire

Exercice n° 1 : (5 points)

Ballon de football



Un ballon de football est formé de 12 pentagones réguliers et de 20 hexagones réguliers assemblés entre eux par une couture. Leurs côtés mesurent 4,5 cm.

Trouver la longueur de la couture.

Exercice n° 2 : (5 points)

La bonne règle

Quelle est la longueur maximale d'une règle plate rectangulaire de largeur 4 cm que l'on peut poser à plat dans une mallette carrée de côté 45 cm ?

Exercice n° 3 : (5 points)

Histoire de sécher

Nelly veut faire sécher 3 kg de fruits frais. La quantité d'eau contenue dans les fruits représente 99 % de la masse totale. Après quelque temps d'évaporation, la quantité d'eau dans les fruits ne représente plus que 98 % de la nouvelle masse.

Combien ces fruits pèsent-ils alors ?

Exercice n° 4 : (5 points)

1997

Quel est le plus grand entier de 1997 chiffres dont la somme des chiffres est égale à 1997 ?

Exercice n° 5 : (8 points)

Prendre de la hauteur

Un récipient fermé, transparent, a la forme d'un prisme droit à base carrée. On le pose sur un plan horizontal.

On y a versé 3600 cm^3 d'eau.

Selon la position de ce récipient, la hauteur de l'eau est de 25 cm ou de 4 cm.

Quelles sont les dimensions de ce récipient ?

Donner toutes les solutions

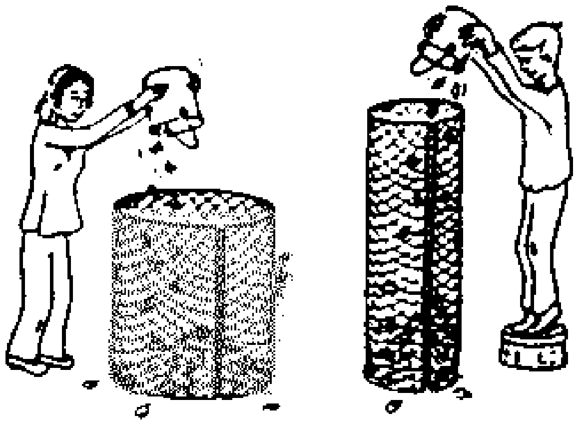
Exercice n° 6 : (8 points)

Passer au vert

M. Laverdure a décidé de ne plus brûler ou jeter ses déchets de jardin, mais de les composter.
A cet effet, il dispose d'un treillis rectangulaire d'une aire de 2,70 m^2.

Quelques attaches lui suffisent pour joindre deux côtés opposés et obtenir un réservoir cylindrique vertical dont la hauteur correspond à la longueur de son rectangle.

Sa voisine lui fait remarquer que s'il avait choisi de réunir les deux autres côtés de son treillis, son cylindre serait moins haut, mais d'une plus grande contenance.

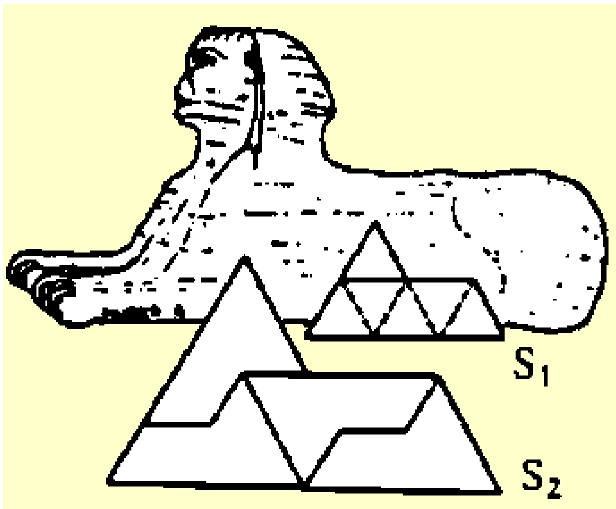


M. Laverdure, tout d'abord incrédule, prend les mesures nécessaires et effectue quelques calculs. Puis il défait sa première construction et constate avec satisfaction que son nouveau cylindre a un volume supérieur de 20 % à l'ancien.

Quel est ce nouveau volume ?

Exercice n° 7 : (5 points)

Le sphinx



Le sphinx S_1 est la figure formée par six triangles équilatéraux disposés comme l'indique la figure.

La figure S_2 est un sphinx dallé avec quatre sphinx S_1, dont certains sont retournés.

Sur la feuille-réponse construire un sphinx S_3 avec neuf sphinx S_1.

Exercice n° 8 : (5 points)

Nombres croisés

<u>Horizontalement</u> :

1.Carré d'un nombre très utilisé par le marchand d'œufs.

2.La somme des chiffres est la base du système décimal.

3. Certains superstitieux redoutent la somme de ses chiffres.

<u>Verticalement</u> :

A. Ses chiffres sont les mêmes qu'au 3 horizontal.

B. Nom d'un jeu de dés.

C. La différence entre le nombre lu de bas en haut et le nombre lu de haut en bas est 99.

	A	B	C
1			
2			
3			

Exercice n° 9 : (5 points)

L'âge du capitaine

Chaque année depuis sa naissance, le capitaine célèbre son anniversaire : sur son gâteau, le nombre de bougies bleues est égal au chiffre des dizaines de son âge, celui des bougies blanches au chiffre des unités.

A ce jour, il a soufflé en tout 609 bougies.

Quel est l'âge du capitaine ?

Exercice n° 10 : (5 points)

Belem en rade

Michel, pêcheur invétéré, navigue dans la rade de Brest, boussole à la main, en direction du Sud à la vitesse moyenne de 5 nœuds.

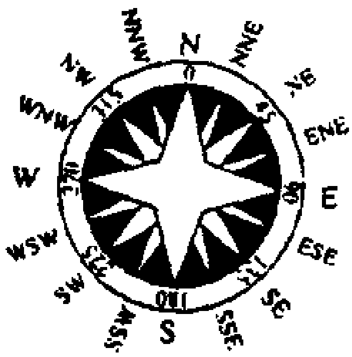
Il aperçoit soudain le Belem au mouillage dans la direction Sud-Sud-Est, mais décide de poursuivre sa route toujours " cap au sud " vers un coin à bars que lui a indiqué son ami Yves.

Une heure plus tard, il aperçoit à nouveau le Belem toujours au mouillage, mais dans la direction Sud-Est.

A quelle distance Michel se trouve-t-il alors du Belem ?

1 noeud = 1 mille/heure

NORD (N)
NORD-NORD EST (NNE)
NORD EST (NE)
EST-NORD EST (ENE)
EST (E)
EST-SUD EST (ESE)
SUD EST (SE)
SUD-SUD EST(SSE)
SUD (S)
SUD-SUD OUEST (SSW)
SUD OUEST (SW)
OUEST-SUD OUEST (WSW)
OUEST (W)
OUEST-NOURD OUEST (WNW)
NORD OUEST (NW)
NORD-NORD OUEST (NNW)



Exercice n° 11 : (12 points)

QCM

Il n'est demandé aucune justification.

QCM 1	L'angle que font les aiguilles d'une horloge à 10 heures 10 minutes est, exprimé, en degrés : (A) 110 (B) 115 (C) 120 (D) 125 (E) 130.
QCM 2	On a utilisé, pour numéroter les pages d'un dictionnaire 2949 caractères d'imprimerie. Le nombre de pages est : (A) 983 (B) 1004 (C) 1005 (D) 1014 (E) 1015.
QCM 3	Les dimensions L et l d'un terrain de football homologué en première catégorie sont telles que $100 \leqslant L \leqslant 110$ (en mètres) et $64 \leqslant l \leqslant 75$ (en mètres). Le nombre de terrains différents ayant pour dimensions, en mètres, des nombres entiers est : (A) 110 (B) 121 (C) 132 (D) 1150 (E) 1260.
QCM 4	Les nombres p, q, r, s et t sont des entiers positifs consécutifs, classés par ordre croissant. Si $p + q + r + s + t$ est un cube parfait et $q + r + s$ est un carré parfait, alors la plus petite valeur possible pour r est : (A) 75 (B) 225 (C) 288 (D) 675 (E) 725.
QCM 5	A la fin d'une partie de basket-ball qui a dur, 40 minutes, on a constaté qu'une équipe avait eu en permanence 5 joueurs sur le terrain et 3 sur le banc. Chacun des 8 membres de l'équipe est resté la même durée sur le terrain. Cette durée, exprimée en minutes, est: (A) 5 (B) 20 (C) 25 (D) 27 (E) 30.
QCM 6	Si P et Q sont deux sommets opposés d'un cube, le nombre de chemins partant de P et arrivant à Q en suivant les arêtes du cube et passant une fois seulement par chacun des six autres sommets est égal à : (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10.

Exercice n° 12 : (5 points)

Spécial seconde

Machine sans compter

Pierre vient de faire une randonnée de 5 heures. Il sait qu'il a escaladé une colline à 3 km/h, puis a marché tout droit sur un plateau à 4 km/h. Sans s'arrêter, il a rebroussé chemin et a suivi exactement le même trajet, mais cette fois il a descendu la colline deux fois plus vite qu'il ne l'avait montée.

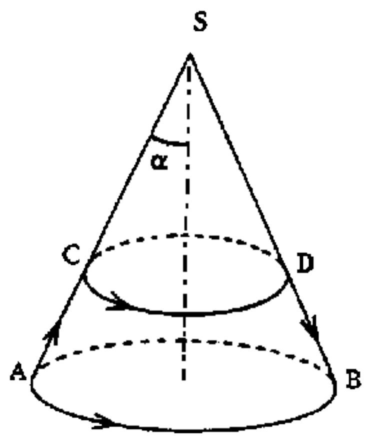
Quelle est la longueur de la randonnée de Pierre ?

Exercice n° 13 : (8 points)

Spécial seconde

Les deux fourmis

Deux fourmis se trouvant au point A du cône ci-dessous veulent se rendre en B sur la génératrice " opposée ", l'une décrivant le demi-cercle AB, l'autre, pour ne pas gêner la première, en allant de A à C, puis en décrivant le demi-cercle CD et en allant de D à B.



Pour quelle valeur de l'angle a , les deux trajets ont-ils la même longueur ?

Exercice n° 14 : (12 points)

Spécial seconde

la recette de Kaprekar

1) Prendre un nombre entier N positif.

2) Ordonner ses chiffres du plus grand au plus petit ; on obtient ainsi un nombre G.

3) Reprendre le nombre initial N et ordonner ses chiffres du plus petit au plus grand ; on obtient un nombre P.

4) Effectuer la différence D = G - P.

5) Appliquer à nouveau cette recette en prenant D comme nombre initial tant que vous n'avez pas obtenu deux fois de suite la même différence. *Voici un exemple* :

	N	G	P	D
1er tour	80	80	8	72
2è tour	72	72	27	45
3è tour	45	54	45	9
4è tour	9	9	9	0
5è tour	0	0	0	0 stop

A vous de jouer, maintenant :

a) Appliquer cette recette à : 212, 152, 3233, 1994.

b) Recommencer avec quatre nombres entiers à deux chiffres.

Que remarque-t-on à propos des deux dernières différences ?

Démontrer que ce résultat est valable pour tout entier à deux chiffres (On pourra utiliser le fait qu'un nombre qui admet b pour chiffre des unités et a pour chiffre des dizaines est égal à 10a + b).

Quel est le nombre maximal de tours nécessaires pour y arriver ?

c) Recommencer avec quatre nombres entiers à trois chiffres et répondre aux mêmes questions qu'en b).

d) Recommencer avec quatre nombres entiers à quatre chiffres. Formuler une conjecture concernant les deux dernières différences (on ne demande pas de la démontrer !).

On autorise deux feuilles-réponses pour cet exercice.

(*) D.R. Kaprekar, mathématicien indien de Devlali. Algorithme publié en 1949.