

Un problème de rond de serviette

Fiche élève

Niveau : 3^e – 2^{de} – 2^{de} Pro

Lien avec le programme : attendus de fin de 3e - L'élève calcule le volume d'une boule. Il calcule les volumes d'assemblages de solides étudiés au cours du cycle 4.

Utiliser, produire et mettre en relation différentes représentations de solides étudiés au cours du cycle 4 (sphères/boules, cylindre) et leurs sections planes.

Développer sa vision de l'espace.

Compétences du CRCN :

Traiter des données (niv2) : *insérer, saisir des données dans un tableur pour les exploiter*

Traiter des données (niv3) : *appliquer une formule simple pour résoudre un problème*

Situation

Un menuisier a fabriqué deux jolis ronds de serviettes en bois.

Pour cela, il s'est servi de deux boules de bois de respectivement 5 cm et 6 cm de diamètre, comme sur la figure ci-après.

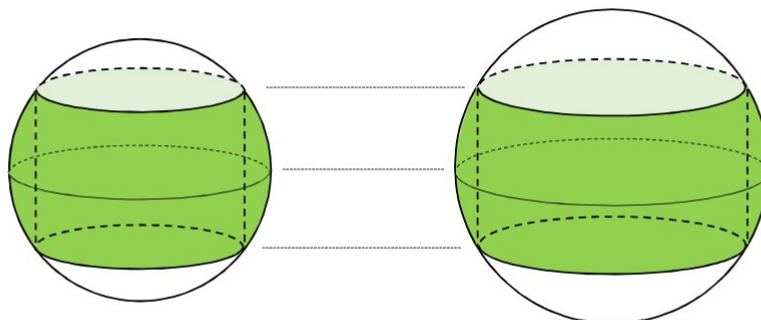
Les deux ronds de serviette ont la même hauteur : 3 cm. Ils sont symétriques par rapport au plan passant par l'équateur de la boule.

Le « trou » de chaque rond de serviette est un cylindre.



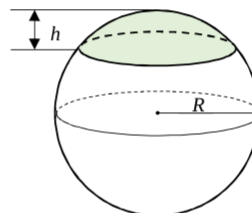
Problématique

Quel rond de serviette contient le plus de bois ?



Aide : on admet que le volume délimité par une calotte sphérique de hauteur h sur une sphère de rayon R est donné par la formule :

$$V = \frac{\pi}{3} h^2 (3R - h) \text{ (unités de volume).}$$



Point info :

Le résultat trouvé est vrai quelque soit le diamètre de la boule dans laquelle on fabrique le rond de serviette !

En géométrie, ce problème est appelé le problème du rond de serviette.

Une version de ce problème est posée au XVII^e siècle dans les mathématiques japonaises par Seki Kōwa.

Utilisation d'un tableur :

1. Ouvrir une feuille de classeur sur un tableur
2. Observer la capture suivante :

Le rond de serviette		
	Boule n°1	Boule n°2
Rayon de la boule	2,5	3
Volume de la boule	65,4498469497874	113,097335529233
Volume de la calotte	6,80678408277789	17,6714586764426
Volume des 2 calottes	13,6135681655558	35,3429173528852
Rayon du cylindre R ² =	4	6,75
Volume du cylindre	37,6991118430775	63,6172512351933
Volume du rond	14,13716694115410000000	14,13716694115410000000

a) Présenter de la même façon, en inscrivant les formules informatiques permettant de calculer les volumes indiqués sur l'exemple précédent.

Aide : on pourra utiliser la constante **PI()** dans les formules.

b) Comparer les résultats en changeant les valeurs des rayons.

Utilisation d'un tableur :

1. Ouvrir une feuille de classeur sur un tableur
2. Observer la capture suivante :

Le rond de serviette		
	Boule n°1	Boule n°2
Rayon de la boule	2,5	3
Volume de la boule	65,4498469497874	113,097335529233
Volume de la calotte	6,80678408277789	17,6714586764426
Volume des 2 calottes	13,6135681655558	35,3429173528852
Rayon du cylindre R ² =	4	6,75
Volume du cylindre	37,6991118430775	63,6172512351933
Volume du rond	14,13716694115410000000	14,13716694115410000000

a) Présenter de la même façon, en inscrivant les formules informatiques permettant de calculer les volumes indiqués sur l'exemple précédent.

Aide : on pourra utiliser la constante **PI()** dans les formules.

b) Comparer les résultats en changeant les valeurs des rayons.