

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL ET TECHNOLOGIQUE
ÉPREUVE SPÉCIFIQUE DES SECTIONS EUROPÉENNES
MATHÉMATIQUES – ANGLAIS

CORRIGÉ 9 – GOLDEN RATIO

Thème : Séquences

Eléments à prendre en compte sur le texte :

- connaissances sur Fibonacci et éventuellement sur d'autres scientifiques connus du candidat
- connaissances sur le nombre d'or ou sur tout autre nombre connu du candidat

Exercise :

1- a) $u_0 = 1; u_1 = 1; u_2 = 2; u_3 = 3; u_4 = 5; u_5 = 8; u_6 = 13; u_7 = 21; u_8 = 34; u_9 = 55;$

$$u_{10} = 89$$

- b) It's not an arithmetic sequence because : $u_3 - u_2 = 1$ et $u_4 - u_3 = 2$ and $1 \neq 2$

It's not an geometric sequence because : $\frac{u_3}{u_2} = 1.5$ and $\frac{u_4}{u_3} \approx 1.67$, or $1.5 \neq 1.67$

c) $\frac{1}{1} = 1; \frac{2}{1} = 2; \frac{3}{2} = 1.5; \frac{5}{3} \approx 1.666 \dots; \frac{8}{5} = 1.6; \frac{13}{8} = 1.625; \frac{21}{13} \approx 1.6153; \frac{34}{21} \approx 1.619$

$$\frac{55}{34} \approx 1.61764; \frac{89}{55} \approx 1.6181 \dots$$

- 2- $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618 \dots$, hence we can say that, the bigger the numbers of Fibonacci are, the closest to the golden number the ratio of these numbers is.

- 3- a) We can see that if we use the terms of the Fibonacci's sequence like that :

$u_{n+1} = a$ and $u_n = b$ we obtain : $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{u_{n+2}}{u_{n+1}}$ or, we have seen in the previous

question than if we take big terms of this sequence, we tend to obtain an equality to the golden number.

- b) With the Pythagorean's theorem, we obtain that the diagonal of a square with a size equal to a, is $a\sqrt{2}$.

Eléments à prendre en compte sur l'exercice :

- Connaître le vocabulaire lié aux suites (common ratio, common difference, terms, previous term,...)

- Faire le lien entre les questions précédentes et la question 3-a, on pourra aller plus loin en demandant au candidat de démontrer à partir de l'égalité du quotient que φ est solution de l'équation : $x^2 + x + 1 = 0$ si le candidat semble à l'aise et en lui donnant des indications comme mettre au même dénominateur et poser $x = \frac{a}{b}$
- La dernière question permet au candidat d'appliquer le théorème de Pythagore, le candidat peut donner une réponse avec n'importe quel nombre pour le côté, on peut ensuite lui demander s'il connaît d'autres théorèmes de géométrie célèbres, et éventuellement voir s'il connaît le théorème de Thalès anglosaxon.